

# Jacek Jadacki: Jan Łukasiewicz – rekonstruktor sylogistyki

Rekonstrukcję najistotniejszej części logiki Arystotelesa, tj. sylogistyki „asertorycznej” przynosi „Sylogistyka Arystotelesowska z punktu widzenia nowoczesnej logiki formalnej”. Zamiarem Łukasiewicza było dokonanie rekonstrukcji z jednej strony zgodnej z intencjami wielkiego filozofa, z drugiej zaś – opracowanej w duchu nowoczesnej logiki – pisze Jacek Jadacki w książce „Filozofia polska XIX i XX wieku”.

## 1. Życie

Urodził się 21 grudnia 1878 roku we Lwowie, zmarł 13 lutego 1956 roku w Dublinie; został pochowany tamże na Cmentarzu Mount Jerome (kwatery 495, pole A8).

Studiował prawo, a później filozofię pod kierunkiem Kazimierza Twardowskiego w Uniwersytecie Lwowskim – oraz w uniwersytetach w Bernie i Louvain. Po doktoracie (1902) i habilitacji (1909) był uczestnikiem seminarium Alexiusa Meinonga w Grazu (1910). W latach 1911-1915 był profesorem filozofii i logiki w Uniwersytecie Lwowskim, a w latach 1915-1939 w Uniwersytecie Warszawskim (z przerwą w latach 1918-1920 i 1924-1929), którego dwukrotnie był rektorem (1922/1923 i 1931/1932). W 1919 roku był Ministrem Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego. W czasie jednego z nalotów

niemieckich na Warszawę we wrześniu 1939 roku spłonęły całkowicie jego zbiory biblioteczne i bogaty dorobek rękopiśmienny. W roku 1944 wyjechał do Monastyrza. Z powodów politycznych – jako zdeklarowany antykomunista – nie mógł powrócić do kraju i osiadł najpierw w Brukseli, a następnie w Dublinie, gdzie został profesorem logiki w Royal Irish Academy.

Był członkiem Polskiej Akademii Umiejętności, Polskiego Towarzystwa Naukowego na Obczyźnie oraz doktorem *honoris causa* uniwersytetów w Monastyrze i Dublinie. Był czołową postacią Warszawskiej Szkoły Logicznej, stanowiącej istotny składnik filozoficznej Szkoły Lwowsko-Warszawskiej. Duch Szkoły znalazł w jego pracach filozoficznych i logicznych najdoskonalsze wcielenie.

## 2. Główne prace

Do najważniejszych publikacji Łukasiewicza należą m.in.: *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa. Studium krytyczne* [Łukasiewicz 1910], *Elementy logiki matematycznej* [Łukasiewicz 1929] i *Sylogistyka Arystotelesowska z punktu widzenia nowoczesnej logiki formalnej* [Łukasiewicz 1951].

Większość artykułów została zebrana w dwóch tomach: *Z zagadnień logiki i filozofii* [Łukasiewicz 1961] oraz *Logika i metafizyka. Miscellanea* [Warszawa 1998].

Niezwykłym źródłem do dziejów kultury polskiej XX wieku jest Pamiętnik Łukasiewicza [2013].

### 3. O niektórych poglądach

#### 3.1. Rachunki logiczne

Wzorem podręcznika są Łukasiewiczowskie *Elementy logiki matematycznej* [Łukasiewicz 1929]. Dzieło to zawiera wykład aksjomatycznego systemu klasycznego rachunku zdań, rachunku zdań z kwantyfikatorami oraz fragment rachunku nazw (w tym sylogistyki Arystotelesa).

Przedstawiony w *Elementach* system rachunku zdań opiera się na: (a) funktorach negacji ( $N$ ) i implikacji ( $C$ ) jako terminach pierwotnych; (b) trzech aksjomatach ( $CCpqCCqrCpr$ ,  $CCNppp$  i  $CpCNpq$ ); (c) trzech definicjach – alternatywy ( $Apq = CNpq$ ), koniunkcji ( $Kpq = NCpNq$ ), dysjunkcji ( $Dpq = CpNq$ ) i ekwiwalencji ( $Epq = NccpqNCqp$ ); (d) trzech reguł wnioskowania: regule podstawiania, regule *modus ponens* i regule zastępowania. W ramach tak skonstruowanego systemu Łukasiewicz podał pełne dowody 137 twierdzeń (w wydaniu drugim *Elementów* – 143 twierdzeń), w tym własne wersje tradycyjnych praw logiki. Naszkicował również dowody niesprzeczności i niezależności oraz zupełności systemu.

Z kolei system rachunku zdań z kwantyfikatorami oparty został przez Łukasiewicza na: (a) kwantyfikatorze uniwersalnym ( $\Pi$ ) oraz funktorze implikacji ( $C$ ) jako pojęciach pierwotnych; (b) trzech aksjomatach (Alfreda Tarskiego i Paula Bernaysa:  $CqCpq$ ,  $CCCpqpp$  i  $CCpqQQqrCpr$ ); (c) definicji negacji ( $Np = Cp\Pi pp$ ) oraz (d) pięciu regułach

wnioskowania: regule podstawiania (zmodyfikowanej względem analogicznej reguły w rachunku zdań bez kwantyfikatorów), regule *modus ponens*, regule zastępowania, regule łączenia i regule pomijania kwantyfikatorów. Łukasiewicz przedstawił w tym systemie dowody 19 twierdzeń (5 pozostawił bez dowodu), w tym dowody trzech aksjomatów systemu rachunku zdań bez kwantyfikatorów, przedstawionych wyżej.

Przedstawiona w *Elementach* rekonstrukcja systemu sylogistyki Arystotelesa (przy przyjęciu klasycznego rachunku zdań) opiera się na: (a) dwóch pojęciach podstawowych: „każdy... jest...” ( $U$ ) i „pewien... jest...” ( $I$ ); (b) czterech aksjomatach ( $Uaa$ ,  $Iaa$ ,  $CKUmbUamUab$  i  $CKUmvImaIab$ ); (c) dwóch definicjach: wyrażenia „pewien... nie jest...” ( $Oab = NUab$ ) i wyrażenia „żaden... nie jest...” ( $Yab = NIab$ ); (d) trzech regułach wnioskowania: regule podstawiania (ponownie odpowiednio zmodyfikowanej), regule *modus ponens* i regule zastępowania. Znajdujemy tu dowody 48 twierdzeń, w tym tradycyjnych praw kwadratu logicznego, konwersji i wszystkich (dokładnie: 22) poprawnych sylogizmów (dwa pozostałe są identyczne z dwoma ostatnimi spośród przyjętych aksjomatów).

Spośród rezultatów Łukasiewicza, zawartych w *Elementach*, należy wymienić: (1) beznawiasową metodę zapisywania wyrażen z rachunku zdań i sylogistyki Arystotelesa; (2) oryginalną aksjomatykę rachunku zdań; (3) sposób zapisu i schemat konstrukcji dowodu w systemie aksjomatycznym; (4) zbudowanie dowodu na niesprzeczność aksjomatów w rachunku zdań (jak przed publikacją pracy Emila Posta, datowanej na 1921); (5) metodę badania niezależności twierdzeń w rachunku zdań (opublikowaną w 1925, a więc rok przed P. Bernaysem); (6) koncepcję dowodu na zupełność rachunku zdań; (7) aksjomatyzację

sylogistyki Arystotelesa (zawierającą pełne dowody tradycyjnych sylogizmów); (8) uwagi o wnioskowaniu uogólniającym (z przykładem rozumowania dedukcyjnego, dzięki któremu możliwe jest przejście od jednego twierdzenia do innego, ogólniejszego); (9) wskazówki co do systemów logiki wielowartościowej (pierwsza wzmianka na ten temat została opublikowana w 1918, czyli na trzy lata przed E. Postem); (10) uwagi historyczne, m.in. o dezinterpretacji sylogizmów Arystotelesa w tradycyjnej logice (na tle nierozróżniania twierdzeń logicznych od reguł wnioskowania), o wkładzie Chryzypa (i stoików w ogóle) w logikę zdań i jej aksjomatyzacji przez Gottloba Fregego, a także o znajomości twierdzenia  $CCpCpqCpq$  przez Sekstusa Empiryka, a twierdzenia  $CCpqCCpNqNp$  – przez Orygenesesa.

Niektóre z tych rezultatów są owocem dyskusji w łonie Warszawskiej Szkoły Logicznej, w których brali udział przede wszystkim Stanisław Leśniewski (koncepcja twierdzenia jako aksjomatu lub dowodu w systemie dedukcyjnym, pojęcie implikacji i jego wkład w tryb warunkowy, sformułowanie zasady operacji na kwantyfikatorach uniwersalnych w rachunku zdań) i Alfred Tarski (krystalizacja reguły podstawiania i pojęcia wyrażenia sensownego); przedstawiciele Szkoły wprowadzili również niektóre ważne terminy logiczne, m.in. „funktor” (Tadeusz Kotarbiński) i „wyrażenie sensowne” (S. Leśniewski).

### 3.2. Rekonstrukcja sylogistyki

Rekonstrukcję najistotniejszej części logiki Arystotelesa, tj. sylogistyki „asertorycznej” (*scil.* nie-modalnej) przynosi *Sylogistyka Arystotelesowska z punktu widzenia nowoczesnej logiki formalnej* [Łukasiewicz 1951]. Dzieło to stanowi kontynuację monografii

opracowanej po polsku w roku 1939, lecz spalonej podczas II wojny światowej. Zamiarem Łukasiewicza było dokonanie rekonstrukcji z jednej strony zgodnej z intencjami wielkiego filozofa, z drugiej zaś – opracowanej w duchu nowoczesnej logiki.

Według Łukasiewicza – sylogistyka Arystotelesa stanowi część logiki nazw, a mianowicie formalną teorię trzech stałych: „wszystkie... są...”, „żaden... nie jest...”, „niektóre... są...” oraz „niektóre... nie są...”, gdzie jako wartości zmiennych reprezentujących argumenty owych funkcyj dwuargumentowych przyjmuje się tylko terminy ogólne (w szczególności z wykluczeniem nazw pustych i negatywnych). System tak skonstruowanej sylogistyki nadbudowany jest nad logiką zdań; w szczególności zawiera następujące stałe tej logiki: „jeżeli..., to....”, „... i...” oraz (w niektórych dowodach) „nieprawda, że...”.

Arystoteles próbował zaksjomatyzować sylogistykę, przyjmując za jej podstawę cztery tryby pierwszej figury, zredukowane ostatecznie do dwóch (*Barbara* i *Celarent*). Okazało się jednak, że trzeba do nich jeszcze dołączyć dwa prawa konwersji oraz (w pewnych wypadkach) dwa prawa identyczności. Najprostsza baza aksjomatyczna zawiera jako terminy pierwotne stałe „wszystkie... są...” i „niektóre... są...” (pozostałe można zdefiniować przy ich pomocy oraz negacji zdań), a jako aksjomaty – dwa prawa identyczności oraz tryby *Barbara* i *Datani* (lub: *Barbara* i *Dimaris*).

Redukcja sylogizmów niedoskonałych do doskonałych, postulowana przez Arystotelesa, została przez Łukasiewicza zinterpretowana jako dowód twierdzeń systemu (*scil.* wyprowadzenie ich z aksjomatów). Łukasiewicz podkreśla, że Arystoteles nie tylko udowadnia prawdziwe

formuły sylogistyczne, lecz także próbuje wykazać, że wszystkie pozostałe są mylne, i jako takie powinny zostać odrzucone. Arystoteles odrzuca formuły niekonkluzywne, stosując zazwyczaj metodę egzemplifikacji za pomocą odpowiednich terminów konkretnych (które to terminy spełniają „przesłanki”, lecz nie spełniają – „konkluzji”).

U Arystotelesa znajdujemy pewne sformułowania, które można by uznać za antycypację idei włączenia do systemu jednej z reguł odrzucenia (tej mianowicie, która nakazuje odrzucenie poprzednika uznanej implikacji, której następnik odrzuciliśmy).

### 3.3. Epokowe rezultaty

Do głównych osiągnięć Łukasiewicza należy konstrukcja logiki trójwartościowej czyli nie-Chryzypowej (pierwszy jej szkic datuje się na 1917 rok, pierwszy system – na rok 1920), której znaczenie w filozofii sam Łukasiewicz porównuje do znaczenia geometrii nieeuklidesowej w matematyce.

Geneza pomysłu stworzenia logiki trójwartościowej tkwi przede wszystkim w określonej opcji metafizycznej Łukasiewicza, a mianowicie w przekonaniu, że zdania dotyczące przypadkowych zdarzeń przyszłych są możliwe, ale nie są konieczne. Deterministyczna wizja nauki, wszechświata i życia ludzkiego oparta jest na logice Arystotelesowskiej, przyjmującej zasadę dwuwartościowości, zgodnie z którą każde zdanie jest bądź prawdziwe, bądź fałszywe. Jeśli, z jednej strony, chcemy uniknąć sceptycyzmu grożącego na gruncie takiej wizji, a z drugiej – chcemy usankcjonować wolną twórczość (i ogólniej biorąc

– indeterminizm), musimy zbudować logikę, która dopuszcza, oprócz zdań prawdziwych i fałszywych, również zdania niezdeterminowane. Aby tego dokonać, trzeba uzupełnić listę aksjomatów systemu dwuwartościowego, dotyczących prawdy (1) i fałszu (0) o aksjomaty dotyczące możliwości (2). W tym nowym systemie niektóre twierdzenia logiki dwuwartościowej są zaledwie „możliwe” (np. niektóre wersje zasady sylogizmu, zasady sprzeczności i zasady wyłączonego środka), inne stają się fałszywe (np. zasada  $EEpNpO$ ).

Idee powyższe schodzą się w pewnym momencie z rezultatami badań nad zdaniami modalnymi. Okazuje się wówczas, że oprócz systemu logiki trójwartościowej (przyjmującej, że możliwość nie jest stopniowalna), da się skonstruować systemy dopuszczające nieskończoną liczbę wartości (a więc nieskończoną liczbę stopni możliwości). Tłem pomysłu logiki wielowartościowej jest też pewna interpretacja rachunku prawdopodobieństwa, a mianowicie taka, w której dopuszczamy, że prawdopodobieństwo jest własnością zdań nieokreślonych (*scil.* funkcji zdaniowych), które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe; stopień prawdopodobieństwa (*scil.* wartość logiczna) takiego zdania jest wówczas stosunkiem liczby wartości zmiennej, które weryfikują dane zdanie, do liczby wszystkich wartości tej zmiennej.

Spośród innych oryginalnych rezultatów Łukasiewicza najważniejsze są:

(a) idea symboliki beznawiasowej, w której:  $'Np'$  oznacza zaprzeczenie  $'p'$ ,  $'Cpq'$  – implikację  $'q'$  przez  $'p'$ ,  $'Kpq'$  – koniunkcję  $'p'$  i  $'q'$ ,  $'Apq'$  – alternatywę  $'p'$  i  $'q'$ ,  $'Dpq'$  – dysjunkcję  $'p'$  i  $'q'$ , a  $'Epq'$  – ekwiwalencję  $'p'$  i

'q';

(b) metodologiczna charakterystyka czynności naukotwórczych, a w szczególności rozumowań: dedukcji (obejmującej wnioskowanie i sprawdzanie) i redukcji (obejmującej wyjaśnianie i dowodzenie);

(c) opracowanie aksjomatyki klasycznego rachunku zdań (aksjomatów:  $C0p$ ,  $C01$ ,  $Cpp$ ; definicji:  $EnpCp0$ ,  $EAprCNpr$ ,  $EKprAnpNr$ ,  $EEprKCprCpr$ , oraz trzech reguł dowodzenia) z przykładowymi 40 prawami;

(d) opracowanie najprostszej aksjomatyki (spośród znanych w latach trzydziestych XX wieku) klasycznego rachunku zdań ( $CCpqCCqrCpr$ ,  $CCNppp$ ,  $CpCNpq$  oraz ogólnych reguł podstawiania i *modus ponens*) wraz z dowodem równoważności definicji matrycowej i definicji aksjomatycznej tego systemu;

(e) odkrycie najkrótszego pojedynczego aksjomatu w rachunku implikacji, złożonego z 33 liter, o postaci  $CCCpCqpCCCNrCsNtCCrCsuCCtaCtuvCuv$ , później zaś – aksjomatu utworzonego z 23 liter, o postaci  $CCCpqCCCNrNstrCuCCrpCsp$ ;

(f) odkrycie najkrótszego aksjomatu rachunku implikacji, złożonego z 13 liter, o postaci  $CCCpqrCCCrpCsp$  i szkic jego dowodu;

(g) aksjomatyzacja klasycznej logiki modalnej, opartej na klasycznym rachunku zdań, oraz dowód niezupełności tej aksjomatyki.

### 3.4. Logika a metafizyka

Łukasiewicz – uprawiając przede wszystkim logistykę, jak nazywano w jego czasach logikę matematyczną – starał się zarazem wyjaśnić niektóre metodologiczne nieporozumienia związane z jej statusem. Podkreślał więc przede wszystkim, że logistyka – nowoczesna postać logiki formalnej – nie jest nurtem filozoficznym (w szczególności nie jest tożsama np. z empiryzmem logicznym), nie pozostaje też w związku z żadnym nurtem metafizycznym (w szczególności nie opowiada się po stronie ani nominalizmu, ani formalizmu, ani pozytywizmu, ani konwencjonalizmu, ani relatywizmu). Jest odrębną dziedziną wiedzy, mianowicie teorią wartości logicznych, tj. pewnych szczególnych przedmiotów, różnych od zdań, wyrażanych przekonaniach oraz od stwierdzanych treści.

Inna sprawa, że postępy logistyki mają jednak – według Łukasiewicza – ogromne znaczenie dla filozofii i ogólnie dla całej nauki, ponieważ celem logiki jest poddać krytyce i usystematyzować teorie naukowe, tak, aby spełniały wymogi nowoczesnej metodologii.

Taka krytyka rzuca m.in. nowe światło na odwieczne spory filozoficzne.

## 4. Wyjątki z pism

### 4.1. Zasada przyczynowości

Przez „determinizm” rozumiem teorię, która stwierdza, że jeżeli w danej chwili  $t$  zachodzi zdarzenie  $E$ , to w dowolne chwili wcześniejszej od  $t$  prawdą jest, że  $E$  zachodzi w chwili  $t$ . Najsilniejszy argument na rzecz tej teorii opiera się na prawie przyczynowości, które stwierdza, że każde zdarzenie ma swą przyczynę w jakimś zdarzeniu wcześniejszym. Jeżeli tak jest, to wydaje się oczywiste, że wszystkie przyszłe wydarzenia mają swe przyczyny, które istnieją dzisiaj i które istniały odwiecznie; są więc predeterminowane.

Jednak prawo przyczynowości, pojęte w całej jego ogólności, należy uważać tylko za hipotezę. Jest oczywiście prawdą, że astronomowie, opierając się na znanych prawach rządzących Wszechświatem, potrafią przewidzieć na wiele lat naprzód pozycje i ruchy ciał niebieskich z wielką dokładnością. Ale właśnie w momencie, gdy skończyłem pisać poprzednie zdanie, przeleciała tuż obok mego ucha brzęcząca pszczoła. Czy mam wierzyć, że także i to zdarzenie zostało predeterminowane odwiecznie przez jakieś nieznanne prawa rządzące Wszechświatem? Przystanie na to wyglądałoby bardziej na dziwaczną spekulację niż na akceptację twierdzeń naukowo sprawdzalnych.

Ale nawet jeśli uznamy, że prawo przyczynowości jest ogólnie prawdziwe, to argument powyższy niczego nie rozstrzyga. Możemy założyć, że każde zdarzenie ma przyczynę i że nic nie dzieje się przypadkiem, jednak łańcuch przyczyn powodujących wydarzenie przyszłe, choć nieskończony, nie musi sięgać chwili teraźniejszej. [...]

Jeżeli prawda polega na zgodności myślenia z rzeczywistością, możemy powiedzieć, że w dniu dzisiejszym prawdziwe są zdania, które są zgodne z rzeczywistością dzisiejszą lub z rzeczywistością przyszłą, o ile ta jest zdeterminowana przyczynami istniejącymi dzisiaj. A ponieważ jutrzejsza bitwa morska dziś nie istnieje oraz przyszłe jej istnienie lub nieistnienie nie ma rzeczywistej przyczyny w dniu dzisiejszym, to zdanie „Jutro odbędzie się bitwa morska” nie jest dzisiaj ani prawdziwe, ani fałszywe. Możemy jedynie powiedzieć: „Jutro może się odbyć bitwa morska” i „Jutro może się nie odbyć bitwa morska”. Jutrzejsza bitwa morska jest zdarzeniem kontyngentnym, a skoro wydarzenia takie istnieją, determinizm został obalony [Łukasiewicz 1951: 276-278].

#### 4.2. Logika formalna

Nie jest [...] prawdą, że logika – to nauka o prawach myślenia. Przedmiotem logiki nie jest badanie tego, w jaki sposób rzeczywiście myślimy ani jak powinniśmy myśleć. Pierwsze zadanie bierze na siebie psychologia, drugie – praktyczna sztuka w rodzaju mnemotechniki. Logika ma nie więcej do czynienia z myśleniem niż matematyka. Należy, rzecz jasna, myśleć, jeśli chcemy wyprowadzić jakiś wniosek lub czegoś dowieść, tak samo też należy myśleć, aby rozwiązać problem matematyczny. Ale prawa logiki nie bardziej dotyczą naszych myśli niż prawa matematyki [Łukasiewicz 1951: 23].

Współczesna logika formalna dąży do osiągnięcia możliwie największej ścisłości. Cel ten można osiągnąć tylko poprzez zbudowanie precyzyjnego języka składającego się z trwałych, wzrokowo postrzegalnych znaków. Język taki jest niezbędny w każdej nauce.

Nasze własne myśli, nie sformułowane w słowach, nawet dla nas samych są trudno dostępne; myśli zaś innych ludzi, jeśli nie przybiorą zewnętrznej kształtu, mogą być dostępne chyba tylko jasnowidzom. Każda prawda naukowa, aby ją można było pojąć i poddać sprawdzeniu, musi przybrać zewnętrzną, zrozumiałą dla każdego formę. [...] Współczesna logika form przykłada więc szczególną wagę do precyzji języka. Rezultatem tego dążenia jest to, co się zwykle nazywa „formalizmem” [Łukasiewicz 1951: 27].

#### 4.3. Zasada sprzeczności

[Przypuśćmy, że] ktoś jest oskarżony niewinnie o zabójstwo przyjaciela. Znajdują się fałszywi świadkowie, którzy zeznają pod przysięgą, że w dniu zabójstwa wiedzieli oskarżonego w domu jego ofiary, że śledzili z daleka cały przebieg kłótni, a wreszcie musieli patrzeć na smutną scenę końcową, nie mogąc napadniętemu przybyć w czas z pomocą. Oskarżony zapewnia uroczyście o swej niewinności, powołuje się na swe nieposzlakowane życie, na spokojny i zgodliwy charakter, na długoletnią przyjaźń, jaka go łączyła ze zmarłym, wreszcie przedstawia szereg wiarogodnych świadków, którzy w zgodny a niezbity sposób wykazują jego alibi. Ale na co się to wszystko oskarżonemu przyda? Uzasadnić on może co najwyżej zdanie, że nie zabił przyjaciela. Prawdziwość tego sądu nie wyklucza atoli prawdziwości sądu sprzecznego, że zabił przyjaciela, jeśli zasada sprzeczności nie istnieje. [...]

[Przykład ten wskazuje,] w czym leży praktyczna i etyczna doniosłość zasady sprzeczności. Zasada ta jest jedyną bronią przeciw błędom i kłamstwom. Gdyby sądy sprzeczne nie znosiły się nawzajem, [...] to nie

mielibyśmy żadnego środka, aby fałsz napiętnować lub zdemaskować kłamstwo. [...] Zasada sprzeczności, i tylko ona, umożliwia nam zwycięską walkę z wszelkiego rodzaju nieprawdą i na tym polega całe jej znaczenie [Łukasiewicz 1910: 137-138].

*Jacek Jadacki*

*Fragment pochodzi z książki „Filozofia polska XIX i XX wieku”*